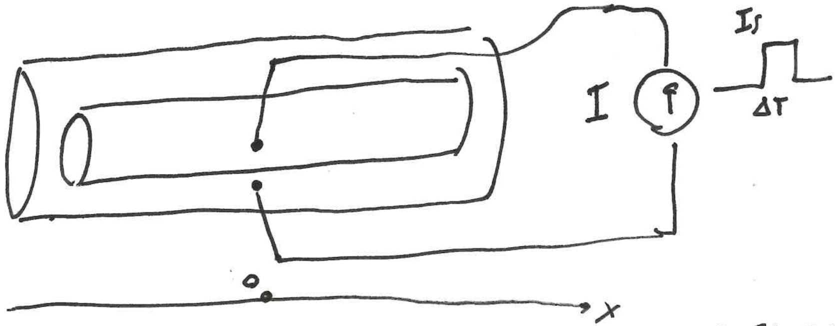
ESERCITAZIONE 3: CALCOLARE IL POTENZIALE DI MEMBRANA SU UN ASSONE QUANDO VIENE APPLICATO UNO STIMOLO IN CORRENTE CON UNA COST

HH_sim_prop x.m

carica (ASSONE GIGANTE DI CALAMARO T = 6.3 °C)



SET UP SPERIMENTALE

NOTA: STIMOLO "PUNTUALE" IN $x=0$; NO SPACE CLAMP ⇒ ci può essere prop. lungo x

NOTA → RISOLVIAMO AL VARIARE DI x, t

EQUAZIONE DI PARTENZA → EQUAZIONE DI PROPAGAZIONE (OTTENUTA DALLA CABLE EQUATION)

$$\boxed{\frac{a}{2\rho_I}\cdot\frac{\partial^2 V_m}{\partial x^2} = I_m}$$

$$I_m = I_c + \underbrace{I_I}_{H.H}$$

$$\frac{a}{2\rho_I}\frac{\partial^2 V_m}{\partial x^2} = \underbrace{C_m \frac{\partial V_m}{\partial t}}_{I_C} + \underbrace{G_K (V_m - V_K) + G_{Na}(V_m - V_{Na}) + G_L (V_m - V_L)}_{I_I}$$

H.H

APPROSSIMO $\frac{\partial^2 V_m}{\partial x^2}$ → $V_m(x,t) \xrightarrow{\text{NUMERICO}} V_m(i,j)$ (i → TEMPO → t; j → SPAZIO x)

APPROSSIMO

$$\frac{\partial^2 V_m}{\partial x^2} \cong \frac{1}{\Delta x^2}\Big(V_m(i,J-1) + V_m(i,J+1) - 2V_m(i,J)\Big)$$

TAYLOR

$$\begin{cases} V_m(x+\Delta x) = V_m(x) + \dfrac{\partial V_m(x)}{\partial x}(\Delta x) + \dfrac{\partial^2 V_m(x)}{\partial x^2}\dfrac{\Delta x^2}{2} \\ V_m(x-\Delta x) = V_m(x) - \dfrac{\partial V_m(x)}{\partial x}\Delta x + \dfrac{\partial^2 V_m(x)}{\partial x^2}\dfrac{\Delta x^2}{2} \end{cases}$$

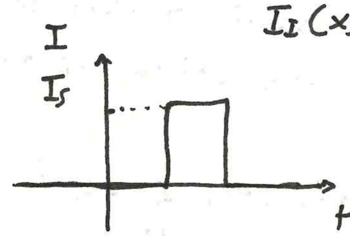
SOMMO → $V_n(x+\Delta x) + V_n(x-\Delta x) - 2V_n(x) = \frac{\partial^2 V_n(x)}{\partial x^2}\Delta x^2$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 V_n(x)}{\partial x^2} \simeq \frac{V_n(x+\Delta x)+V_n(x-\Delta x)-2V_n(x)}{\Delta x^2}$$

APPROSSIMAZIONE VALIDA QUANTO PIÙ È PICCOLO Δx

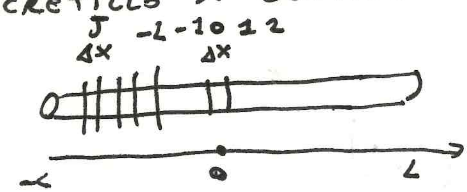
$$\left\{ \frac{a}{2\rho_I}\frac{\partial V_m^2}{\partial x^2} = I_n = I_c + I_I \right. \longrightarrow \begin{array}{l} V_n(x,t) \\ I_n(x,t) \\ I_c(x,t) \\ I_I(x,t) \end{array}$$

LA CORRENTE I é APPLICATA IN $x = 0$



$I \to$ CARICA $Q \to I_s\Delta t_s$
FISSO $\Delta t_s \to$ OTTENGO I_s

DISCRETIZZO X CONSIDERANDO INTERVALLI Δx PICCOLI



CONDIZIONI AL CONTORNO

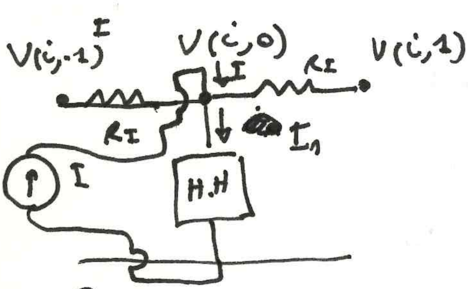
$x = 0 \longrightarrow$ VEDIAMO DOPO

$x = \pm L \longrightarrow$ ALLE ESTREMITÀ $V_{n_{J+1}} = 0$

EQUAZIONE VALIDA SE $x \neq 0$ ($J \neq 0$)

$$\boxed{I_n(i,J) = \frac{a}{2\rho_I\Delta x^2}\left(V_n(J-1) + V_n(J+1) - 2V_n(J)\right)} \quad (1)$$

SE $x = 0$ ($J=0$) (PUNTO IN CUI APPLICO LA CORRENTE



NOTA RI>>Ro

$$I_n\Delta x 2\pi a = I + \frac{V(i,-1)-V(i,0)}{R_I\Delta x} - \frac{V(i,0)-V(i,1)}{R_I\Delta x}$$

$$I_n = \frac{1}{\Delta x}\left[\frac{I}{2\pi a} - \frac{2}{2\pi a}\,\frac{V(i,0)-V(i,1)}{R_I\Delta x}\right]$$

SIMMETRIA $V(i,-j) = V(i,j)$ $R_I\Delta x = \rho_I\frac{\Delta x}{\pi a^2}$

$$I_m = \frac{1}{\Delta x}\left[\frac{I}{2\pi a} - \frac{1}{\cancel{\pi a^2}} \frac{V_m(i,0)-V_m(i,1)}{\frac{\rho_I \Delta x}{\pi a^2}}\right]$$

$$\boxed{I_m(i,j) = \frac{1}{\Delta x}\left[\frac{I}{2\pi a} - \frac{a}{\rho_I} \frac{V_m(i,0)-V_m(i,1)}{\cancel{\rho_I}\Delta x}\right]} \quad (2)$$

PER RICAVARE $V_m(x,t)$ → ALGORITMO ITERATIVO CHE SCORRE i e j

FISSATO i (t) PER OGNI J (x) DEVO APPLICARE I PASSI DEL METODO ITERATIVO VISTO IN ESERCITAZIONE #1

FISSO i
FISSO j } → "FOTOGRAFO I PASSI DELL'ALGORITMO"

$$I_m \rightarrow I_m(i,j) \begin{cases} J = 0 & (1) \\ J \neq 0 & (2) \end{cases}$$

$$I_m(i,J) = I_c(i,J) + I_I(i,J)$$

$$I_c(i,J) \rightarrow C_m \frac{dV_m(i,J)}{dt}$$

$$I_I(i,J) \rightarrow G_K(i,J)(V_m(i,J)-V_K) + G_{Na}(i,J)(V_m(i,J)-V_{Na}) + G_L(V_m(i,J)-V_L)$$

NOTA: COME IN ESERCITAZIONE #1 MA TUTTO

ISTANTE i VARIO IN X E T

#1 CONDUTTANZE → RIPETO PER OGNI J

$$G_K(i,J) = G_{Kmax} \cdot n^4(i,J)$$

$$G_{Na}(i,J) = G_{Namax} \cdot m(i,J)^3 \cdot h(i,J)$$

#2 CORRENTI IONICHE → RIPETO PER OGNI J

$$I_K(i,J) = G_K(i,J)\,(V_m(i,J) - V_K)$$

$$I_{Na}(i,J) = G_{Na}(i,J)\,(V_m(i,J) - V_{Na})$$

$$I_L(i,J) = G_L\,(V_m(i,J) - V_L)$$

\# 3 CALCOLO $I_n(i,j)$ → RIPETO PER OGNI J

$J = 0$ ⟶ FORMULA 1

$J \neq 0$ ⟶ FORMULA 2

(NOTA → DIPENDONO DA dx DERIVATE SPAZIALI)

\# 4 APPLICO EULERO PER $V_n(i+1,J)$ → PER OGNI J

$$V_n(i+1,J) = V_n(i,J) + \frac{\Delta t}{C_n}\Big(I_n(i,J) - I_i(i,J)\Big)$$

\# 5 CALCOLO α, β → PER OGNI J

$$\left.\begin{matrix} \alpha_n(i,J) & \beta_n(i,J) \\ \alpha_m(i,J) & \beta_m(i,J) \\ \alpha_h(i,J) & \beta_h(i,J) \end{matrix}\right\} \text{FORMULA H.H}$$

\# 6 APPLICO EULERO PER $n(i+1,J)$ $m(i+1,J)$ $h(i+1,j)$ → PER OGNI J

$$n(i+1,j) = \Big(\alpha_n(i,j)\big(1-n(i,j)\big) - \beta_n(i,j)\,n(i,j)\Big)\cdot\Delta T + n(i,j)$$

$$m(i+1,j) = \Big(\alpha_m(i,j)\big(1-m(i,j)\big) - \beta_m(i,j)\,m(i,j)\Big)\cdot\Delta T + m(i,j)$$

$$h(i+1,j) = \Big(\alpha_h(i,j)\big(1-h(i,j)\big) - \beta_h(i,j)\,h(i,j)\Big)\cdot\Delta T + h(i,j)$$

PER LE CONDIZIONI INIZIALI → COME IN ESERCITAZIONE #1