MODELLI DI

SORGENTI DI BIOPOTENZIALI (SORGENTI BIOELETTRICHE)

(CAP 8 LIBRO)

OBIETTIVO FINALE → SIMULARE I BIOPOTENZIALI PARTENDO DAI TESSUTI ECCITABILI

OBIETTIVO → MODELLARE LE SORGENTI ELETTRICHE DI NATURA BIOELETTRICA (*)

SORGENTI → ASSOCIATE AL PASSAGGIO DI CORRENTE SULLA MEMBRANA DI CELLULE ECCITABILI ATTIVE (NERVO, FIBRA MUSCOLARE, MIOCITA CARDIACO)

PARTENDO DA DUE SORGENTI "BASILARI", OVVERO IL ~~DIPOLO~~ MONOPOLO E IL DIPOLO DI CORRENTE SARÀ POSSIBILE RAPPRESENTARE LE NOSTRE SORGENTI BIOELETTRICHE (COMBINAZIONE DI NUMEROSE SORGENTI ELEMENTARI)

IL CONCETTO DI DIPOLO E MONOPOLO DI CORRENTE SARANNO UTILI ANCHE QUANDO STUDIEREMO LE TECNICHE DI STIMOLAZIONE (PACING, FES)

MONOPOLO DI CORRENTE (8.2.1)

SORGENTE DI CORRENTE PUNTUALE DI INTENSITÀ I_0

I_0

- INIETTA NELLO SPAZIO CIRCOSTANTE UNA CORRENTE DI INTENSITÀ I_0 (IN MODO UNIFORME IN TUTTE LE DIREZIONI)

- NOTA: "FISICAMENTE" NON REALIZZABILE → LA CORRENTE DA QUALCHE PARTE DEVE CHIUDERSI → COMUNQUE APPROSSIMA BENE ALCUNE SITUAZIONI CHE SI POSSONO AVERE

PROBLEMA: CONSIDERANDO IL MONOPOLO IMMERSO IN UN CONDUTTORE OMOGENEO (CONDUCIBILITÀ σ) E INFINITO, CALCOLO IL POTENZIALE NELLO SPAZIO

* PERCHÉ MODELLARE LE SORGENTI BIOELETTRICHE?

TESSUTI ECCITABILI → SORGENTI BIOELETTRICHE

↓

"DISTRIBUZIONI" DI CORRENTE TRANSMEMBRANA

VOGLIAMO CALCOLARE IL POTENZIALE ~~NEL~~ ELETTRICO ~~NELLO~~ (SPAZIALE) ASSOCIATO ALLE SORGENTI BIOELETTRICHE

NOTO → PROBLEMA DIRETTO (UTILE PER LA COMPRENSIONE DEI FENOMENI / UTILE PER LA STIMOLAZIONE)

LA CONOSCENZA DEL PROBLEMA DIRETTO È FONDAMENTALE ANCHE PER LA RISOLUZIONE DEL PROBLEMA INVERSO

(UTILE IN DIAGNOSTICA → DAI BIOPOTENZIALI RISULTATI → SI RISOLVE PER LE SORGENTI)

LINEE DI CORRENTE FLUISCONO RADIALMENTE

LA CORRENTE SI CONSERVA

⇒ LA DENSITÀ DI CORRENTE ~~È~~ È COSTANTE SU SFERE DI RAGGIO ~~R~~ R CON CENTRO NELLA SORGENTE

$$J = \frac{I_0}{4\pi R^2} \qquad \bar{J} = \frac{I_0}{4\pi R^2}\hat{r}$$

$\hat{r}$ → VERSORE NELLA DIREZIONE RADIALE

~~LINEE~~ SUPERFICI EQUIPOTENZIALI → SFERE DI RAGGIO R

LEGGE DI OHM $\bar{J} = +\sigma \bar{E}$

$\bar{E} = -\nabla\phi$ $\quad \phi$ → POTENZIALE NELLO SPAZIO

$$\frac{I_0}{4\pi R^2}\hat{r} = -\sigma\nabla\phi = -\sigma\frac{d\phi}{dR}\hat{r}$$

OTTENIAMO

$$\frac{\delta \phi}{\delta R} = - \frac{I_0}{4\pi G_0 R^2}$$

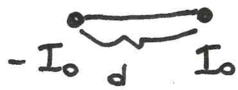
IN ALCUNI CASI PUÒ ESSERE UTILE PASSARE ALLA FORMA CARTESIANA x, y, z

$$\boxed{\phi(R) = \frac{I_0}{4\pi G_0 R}}$$

ϕ | COSTANTE SU SFERE CONCENTRICHE

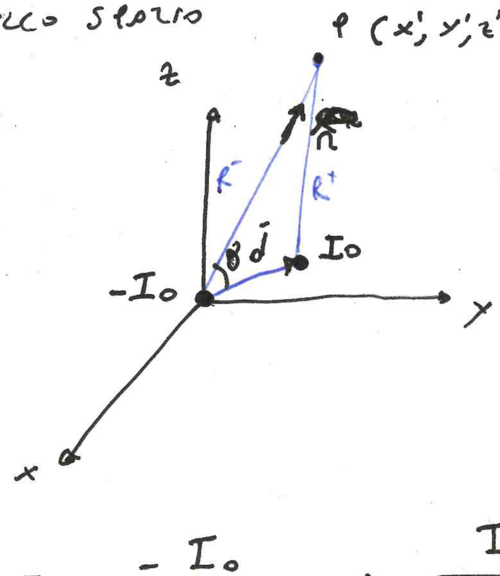
DIPOLO DI CORRENTE (8.2.2)

DUE MONOPOLI DI INTENSITA' $|I_0|$ ~~POSITIVI~~ E DI SEGNI OPPOSTI POSTI A DISTANZA d



CORRENTE TOTALE = 0
FISICAMENTE REALIZZABILE

ANCORA CONSIDERANDO UN CONDUTTORE INFINITO E OMOGENEO (G) VOGLIAMO RICAVARE IL POTENZIALE NELLO SPAZIO



$$\phi_P = \frac{-I_0}{4\pi G R^-} + \frac{I_0}{4\pi G R^+} = \frac{I_0(R^- - R^+)}{4\pi G R^- R^+}$$

$|\bar{d}| << |R^-|, |R^+|$ $\qquad$ $|R| \cong R^-$ (DA $-I_0$ A P)

$|R^- - R^+| \cong d \cos\theta$ $\qquad$ $\bar{R} = \bar{R^-}$

$\cancel{\phi_P} = \cancel{I_0} 4\pi$ $\qquad$ $\phi_P = \dfrac{I_0 d \cos\theta}{4\pi G R^2}$

$$\phi_P = \frac{\bar{p} \cdot \hat{r}}{4\pi\sigma R^2} = \frac{I_0 d \cos\theta}{4\pi\sigma R^2}$$

$\hat{r} \rightarrow$ versore che definisce la direzione $I_0 \rightarrow P$

$\bar{p} = I_0 \bar{d} \rightarrow$ momento di dipolo

$\theta \rightarrow$ angolo tra $\hat{r}$ e $\bar{d}$

Singola fibra isolata (8.2.3)

Calcolare il potenziale spaziale (extracellulare) associato a una fibra eccitabile immersa in un conduttore volumetrico uniforme con conducibilità σ

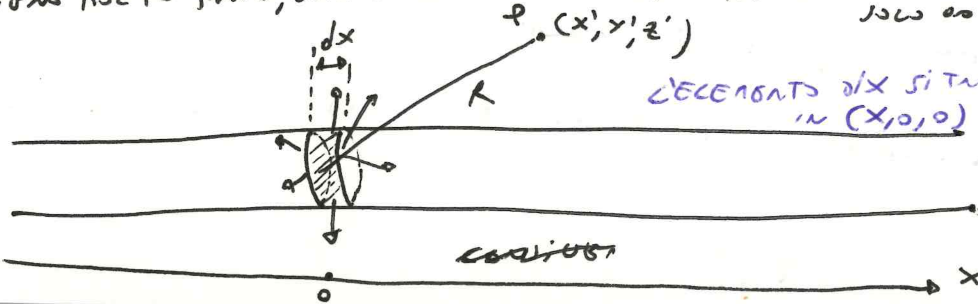
Questo caso modello
→ potenziale esterno associato all'assone
→ potenziale esterno associato a una fibra muscolare (scheletrica)

- Consideriamo la fibra di lunghezza infinita e assumiamo che ci sia un impulso nervoso che si propaga

$\Rightarrow$ presenza di una corrente transmembrana $i_m(x)$

$\cancel{I_m(x) = I_m}$ $\quad i_m(x) \rightarrow$ corrente transmembrana per unità di lunghezza

- Fibra molto fine, simmetria assiale $\Rightarrow i_m \rightarrow$ dipende solo da x



L'elemento dx si trova in $(x,0,0)$

OBIETTIVO → CALCOLARE IL POTENZIALE ϕ_0 ESISTENTE IN UN GENERICO PUNTO P NELLO SPAZIO

PARTIAMO CONSIDERANDO IL SOLITO ELEMENTO DI FIBRA DI LUNGHEZZA dx; AD ESSO SARÀ ASSOCIATA UNA CORRENTE TRANSMEMBRANA $i_m(x)\cdot dx$

CONSIDERIAMO L'ELEMENTO INFINITESIMO COME UN MONOPOLO DI CORRENTE E USIAMO LA FORMULA DEL MONOPOLO PER CALCOLARE IL POTENZIALE IN P

$$d\phi_0 = \frac{i_m(x)\cdot dx}{4\pi\sigma R} \qquad R = \sqrt{(x-x')^2+y'^2+z'^2}$$

CALCOLO I CONTRIBUTI DI TUTTI GLI ELEMENTI DELLA FIBRA (SOMMO)

$$\phi_0 = \frac{1}{4\pi\sigma}\int \frac{i_m(x)\,dx}{\sqrt{(x-x')^2+y'^2+z'^2}} = \frac{1}{4\pi\sigma R_i}\int \frac{\frac{\partial^2 V_m(x)}{\partial x^2}}{\sqrt{(x-x')^2+y'^2+z'^2}}\,dx$$

$$\frac{1}{\cancel{4\pi}\sigma \frac{\rho_i}{\cancel{\pi} a^2}} = \frac{a^2}{4\sigma\rho_i}$$

~~NOTO~~ CONSIDERANDO $\frac{1}{R_i}\frac{\partial^2 V_m}{\partial x^2} = i_m$ DALLA CORE COND. EQUATION

CONSIDERANDO UN TIPICO POTENZIALE DI AZIONE L'ANDAMENTO DI DI UNA FIBRA NERVOSA/MUSCOLARE

$\frac{\partial^2 V_m(x)}{\partial x^2}$ PRESENTA 3 PICCHI 2 POSITIVI 1 NEGATIVO

⇒ SI APPROSSIMA LA SORGENTE CON 3 TRIPOLI (8.3.3 LIBRO)

(VERO SE LA DISTANZA DA P È SUFFICIENTEMENTE AMPIA)

$$I_1 = \frac{1}{R_I} \frac{\partial V_1(x)}{\partial x} \Big|_{x_1}^{x_2} \qquad R \rightarrow R_1 \qquad > 0$$

$$I_2 = \frac{1}{R_I} \frac{\partial V_1(x)}{\partial x} \Big|_{x_2}^{x_3} \qquad R \rightarrow R_2 \qquad < 0$$

$$I_3 = \frac{1}{R_I} \frac{\partial V_1(x)}{\partial x} \Big|_{x_3}^{x_4} \qquad R \rightarrow R_3 \qquad > 0$$

$$\phi_0 \cong \frac{1}{4\pi\sigma}\left(\frac{I_1}{R_1} + \frac{I_2}{R_2} + \frac{I_3}{R_3}\right)$$

simulazione e calcolo ϕ_0 $\longrightarrow$ Vext.m

Esercitazione: calcolare il potenziale in un punto P nello spazio (15,1,0) [cm]. La fibra è lunga 80cm ed è stimolata al centro (0,0,0) [cm] con una carica di 10*10^(-9) C.

file matlab V_ext.m -> www.centropiaggio.unipi.it/course/material/potenziale-esterno-singola-fibra-isolata-simulazione-matlab