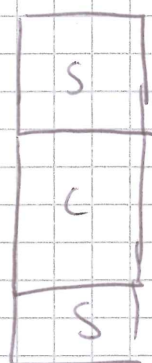


esercizio 1.  
 a) Considero l'osso nella sua interezza



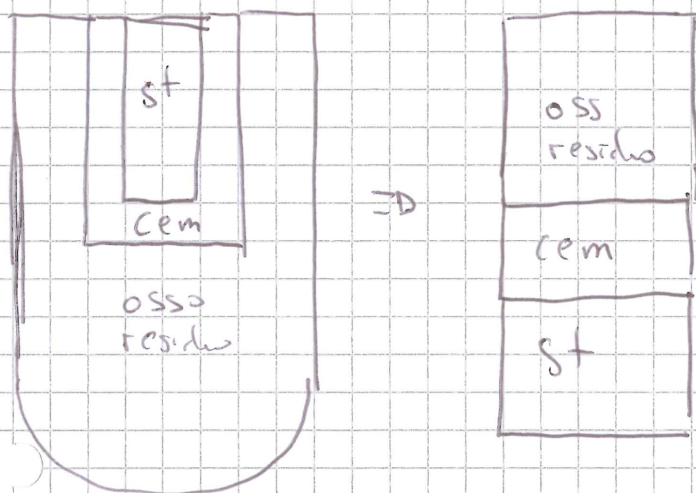
$$f_s = 30\%$$

$$f_c = 70\%$$

$$E_z^{\text{osso}} = \frac{E_c f_c E_s}{f_s E_c + f_c E_s} = \frac{17 \cdot 0.5}{0.7 \cdot 0.5 + 0.3 \cdot 17} = 1.56 \text{ GPa}$$

$$E_{xy}^{\text{osso}} = f_s E_s + f_c E_c = 0.3 \cdot 0.5 + 17 \cdot 0.7 = 8.55 \text{ GPa}$$

la mia struttura protesica è



Voglio che la struttura si comporti meccanicamente come l'osso sano, quindi:

$$E_{xy}^{\text{osso}} = f_{\text{cem}} E_{\text{cem}} + f_{\text{st}} E_{\text{st}} + f_{\text{osso}} E_{\text{osso residuo}}$$

$$\frac{1}{E_z^{\text{osso}}} = \frac{f_{\text{cem}}}{E_{\text{cem}}} + \frac{f_{\text{st}}}{E_{\text{st}}} + \frac{f_{\text{osso}}}{E_{\text{osso residuo}}}$$

$$f_{\text{st}} + f_{\text{cem}} + f_{\text{osso residuo}} = 1$$

②

$$E_{\text{osso residuo}}: E_{\text{osso sano}} (1-p)^5 = E_{\text{osso sano}} (1-p) (1-p)^2 (1-p)^2 \approx$$

$$E_{\text{osso sano}} (1-p) (1+p'-2p) (1-p'-2p) \approx \text{considero } p^2 \text{ molto piccolo}$$

$$E_{\text{osso sano}} (1-p) (1-2p) (1-2p) = E_{\text{osso sano}} (1-p) (1-2p)^2$$

$$E_{\text{osso sano}} (1-p) (1+4p'-4p) \approx \text{considero } p' \text{ molto piccolo}$$

$$E_{\text{osso sano}} (1-p) (1-4p) \approx E_{\text{osso sano}} (1-5p-4p') \approx E_{\text{osso sano}} (1-5p)$$

$$p = f_{st} + f_{rem}$$

$$E_{\text{osso sano}} (1-5f_{st}-5f_{rem}) = E_{\text{osso residuo}}$$

quindi posso scrivere il sistema con

$$\left\{ \begin{aligned} E_{xy}^{\text{sano}} &= f_{rem} E_{rem} + f_{st} E_{st} + f_{\text{osso residuo}} E_{xy}^{\text{sano}} (1-5f_{st}-5f_{rem}) \\ \frac{1}{E_{xy}^{\text{sano}}} &= \frac{f_{rem}}{E_{rem}} + \frac{f_{st}}{E_{st}} + \frac{f_{\text{osso residuo}}}{E_{xy}^{\text{sano}} (1-5f_{st}-5f_{rem})} \\ f_{st} + f_{rem} + f_{\text{osso residuo}} &= 1 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} f_{\text{osso residuo}} &= 1 - f_{st} - f_{rem} \\ E_{xy}^{\text{sano}} [1 - (1 - f_{st} - f_{rem}) (1 - 5f_{st} - 5f_{rem})] &= f_{rem} E_{rem} + f_{st} E_{st} \\ \frac{1}{E_{xy}^{\text{sano}}} [1 - \frac{1 - f_{st} - f_{rem}}{1 - 5f_{st} - 5f_{rem}}] &= \frac{f_{rem}}{E_{rem}} + \frac{f_{st}}{E_{st}} \end{aligned} \right.$$



$$E_{xy}^{Sano} \left[ \cancel{1} - \cancel{1} + 5 f_{st} + 5 f_{rem} + f_{st}^2 - 5 f_{st}^2 - 5 f_{st} f_{rem} + f_{rem} - 5 f_{st} f_{rem} - 5 f_{rem}^2 \right] = f_{rem} f_{rem} + f_{st} f_{st} \quad (3)$$

$$\cancel{E_{xy}^{Sano}} \quad E_{xy}^{Sano} \left[ 6 f_{st} + 6 f_{rem} - 5 f_{st}^2 - 10 f_{st} f_{rem} - 5 f_{rem}^2 \right] = f_{rem} f_{rem} + f_{st} f_{st}$$

$$\frac{1}{E_z^{Sano}} \left[ \frac{1 - 5 f_{st} - 5 f_{rem} - (1 + f_{st} + f_{rem})}{1 - 5 f_{st} - 5 f_{rem}} \right] = \frac{f_{rem}}{f_{rem}} + \frac{f_{st}}{f_{st}}$$

$$\frac{1}{E_z^{Sano}} \left[ \frac{-4 f_{st} - 4 f_{rem}}{1 - 5 f_{st} - 5 f_{rem}} \right] = \frac{f_{rem}}{f_{rem}} + \frac{f_{st}}{f_{st}}$$

Sostituzione i valori  $f_{rem} \approx 2.4 Pe$

$$\frac{4 f_{st} + 4 f_{rem}}{5 f_{st} + 5 f_{rem} - 1} = \frac{1.56}{2} \cdot f_{rem} + \frac{1.56}{190} f_{st}$$

$$\frac{4 f_{st} + 4 f_{rem}}{5 f_{st} + 5 f_{rem} - 1} = 0.78 f_{rem} + 8 \cdot 10^{-3} f_{st}$$

poiché  $f_{st}$  è un numero  
 $< 1$   $8 \cdot 10^{-3} f_{st}$  è trascurabile.

$$4 f_{st} + 4 f_{rem} = 0.78 f_{rem} (5 f_{st} + 5 f_{rem} - 1)$$

$$4 f_{st} + 4 f_{rem} = 3.9 f_{rem} f_{st} + 3.9 f_{rem}^2 - 0.78 f_{rem}$$

$$3.9 f_{rem}^2 + 3.9 f_{rem} f_{st} - 4.78 f_{rem} + 4 f_{st} = 0$$

~~non si può risolvere~~

~~non si può risolvere~~

risolvo rispetto  $f_{rem}$

$$3.9 f_{cem}^2 + f_{cem} (3.9 f_{st} - 4.78) - 4 f_{st} = 0$$

(2)

$$f_{cem} = \frac{-(3.9 f_{st} - 4.78) \pm \sqrt{(3.9 f_{st} - 4.78)^2 + 16 f_{st} \cdot 3.9}}{7.8}$$

$$f_{cem} = \frac{(4.78 - 3.9 f_{st}) \pm \sqrt{15.21 f_{st}^2 + 22.8484 - 37.284 f_{st} + 16 f_{st} \cdot 3.9}}{7.8}$$

$$f_{cem} = \frac{(4.78 - 3.9 f_{st}) \pm \sqrt{15.21 f_{st}^2 + 62.4 f_{st} - 14.4356}}{7.8}$$

per avere soluzioni la radice quadrata deve essere  $\geq 0$ . il termine annullo il  $\Delta$  per trovare una soluzione esatta

$$f_{st} = \frac{-62.4 \pm \sqrt{3893.76 + 878.261904}}{30.42} = \frac{-62.4 \pm 69.08}{30.42} = \begin{matrix} -4.3\% \\ \text{non accettato} \\ 0.23 \end{matrix}$$

$$f_{st} = 0.23$$

$$f_{cem} = \frac{(4.78 - 3.9 \cdot 0.23) \pm 0}{7.8} = 0.49$$

$$f_{oss\ residua} = 1 - 0.49 - 0.23 = 0.28$$

Si nota con ATSI che avere un grano spesso di cemento aereo punto b.

Calcolo i coefficienti di Diffusione termica

$$D_{oss} = \frac{k}{c_p \cdot \rho} = 1.15 \cdot 10^{-7} \frac{m^2}{s}$$

$$D_{stelo} = 5 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}$$

$$D_{cemento} = 3 \cdot 10^{-4} m^2$$



poiché l'ossa è quella con valore del coefficiente più piccolo dove il tempo maggiore per la diffusione termica (5)



$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_{\text{ossa}} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = A \Rightarrow T(x, t) = At + B$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{A}{D} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{A}{D} x + C \Rightarrow T(x, t) = \frac{A}{2D} x^2 + Cx + E$$

$$T(0, 0) = 77^\circ \Rightarrow B = 77^\circ = E$$

$$\frac{T(x, t) - 77}{t} = A$$

$$T(x, t) = \left( \frac{T(x, t) - 77}{Dt} \right) x^2 + Cx + 77$$

$$Dt T(x, t) = T(x, t) x^2 - 77 x^2 + Cx Dt + 77 Dt$$

$$T(x, t) [Dt - x^2] = -77 x^2 + Cx Dt + 77 Dt$$

$$T(x, t) = \frac{Cx Dt + 77 Dt - 77 x^2}{Dt - x^2}$$

$$T(2.1, t^*) = 37^\circ$$

$$37 = \frac{C D \cdot 2.1^2 t^* + 77 D t^* - 77 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}{D t^* - 4 \cdot 10^{-4}}$$

$$42.55 \cdot 10^{-7} t^* - 148 \cdot 10^{-4} = 2.3 \cdot 10^{-9} (t^* + 88.55 \cdot 10^{-7} t^* - 308 \cdot 10^{-4}) \quad (6)$$

$$-t^* [46 \cdot 10^{-7} + 2.3 \cdot 10^{-9}] = -16 \cdot 10^{-3}$$

$$t^* = \frac{16}{46 \cdot 10^{-4} + 2.3 \cdot 10^{-6} C}$$

mi reste da determinare  $C$ , ma visto il tempo e poliprene è molto piccolo lo tempo quindi  $t^* \approx 3478 \text{ sec} \approx 58 \text{ minuti}$ .

P

## Esercizio 2

Il modello elastico ideale deve non alterare la struttura dell'occhio. Essendo le membrane uniformemente distribuite si sono scansioni Reuss delle varie parti dell'occhio che deve però trascurare:

- 1) Cristallino rende l'obiettivo.
- 2) Un corneo vitrea più è una struttura gelatinosa che ha componenti viscoelastiche.

Poiché in Reuss ~~non~~ vince il modulo elastico della struttura più rigida e la struttura che non altera meccanicamente è la retina.

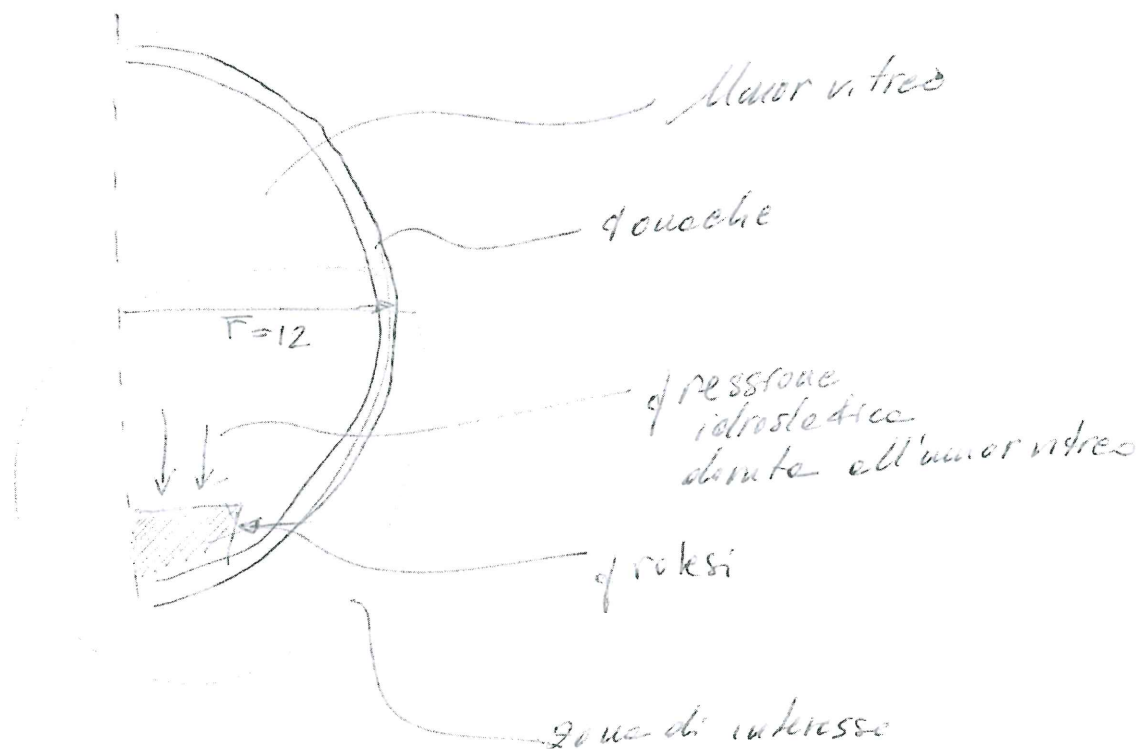
Il modulo elastico ottenuto è dell'ordine del  $KPe$ , orientamento tra i 6 ed i 10  $KPe$ .

- 2) Divido la struttura occhio in occhio anteriore e posteriore, quindi il mio materiale sarà composto da una parte o contatto con l'occhio posteriore con  $E$  simile a quello della retina =  $40 KPe$  e parte anteriore simile alla pupilla  $E = 6 KPe$ .

## Correzione esercizio 3.

- equazioni della meccanica strutturale
- modello assai simmetrico, stazionario

### Analisi del sistema



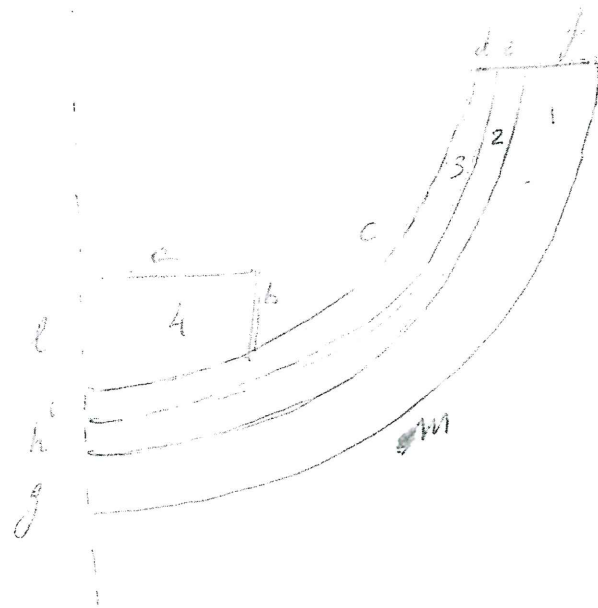
Touche → sclera, cornea, retina

Spessori (mm) → 1, 0.2, 0.1



Modello

→ n.b. l'origine della graduazione è arbitraria  
e non in scala.



Condizioni sui sottodominanti

#	Tessuto/potasi	E	L
1	Sclera	2 MPa	0.45
2	Coroide	8.6 MPa	0.45
?	Retina	20 kPa	0.45
4	Prelasi	160 GPa	0.21



## Condizioni al contorno

$a, b, c$  pressione normale al contorno  
 $= 30 \text{ mmHg} = 30 \times 133 \text{ Pa} \approx 4 \text{ kPa}$

$d, e, f$  piano di simmetria  $xy$   
 (anche se la struttura (occhio + protesi)  
 non è effettivamente simmetrica, (non c'è la  
 protesi dell'altro "occhio") questa ipotesi  
 aiuta a semplificare il modello ed  
 a renderlo non labile.)

$m$  spostamento libero

contorni  
interni costrutti nello spostamento

Mae rotte affettuate le mesh e risolto  
 il modello è possibile visualizzare gli  
 sforzi all'interfaccia protesi tessuto biologico.

Per le domande tecniche si vedano  
 gli appunti forniti a lezione.