Fondamenti di Automatica — 24-07-2013

Si consideri il sistema meccanico rappresentato in figura 1.

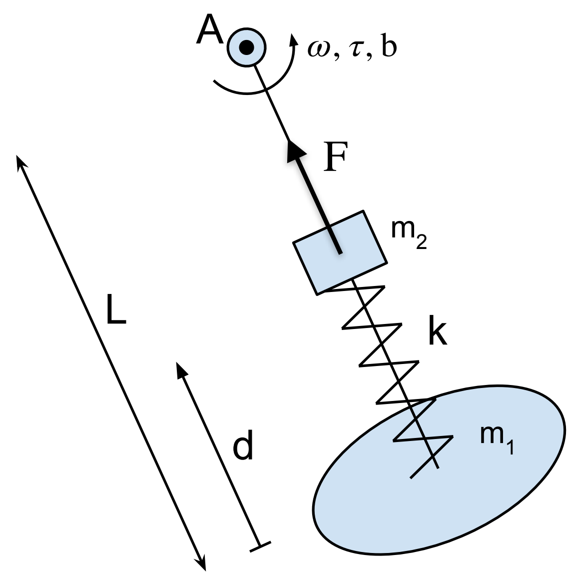

Figura 1: Sistema meccanico

Il sistema è composto da un'asta di lunghezza L incernierata nel punto A che può ruotare attorno ad un asse verticale, attuata da una coppia τ e soggetta ad attrito viscoso con coefficiente b. All'estremo dell'asta è collegato un piattello di massa m_1. Sull'asta è libero di scorrere un corpo di massa m_2, collegato al piattello con una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo d_0, e soggetto ad un disturbo di forza F lungo la direzione dell'asta.

Indicando con d la posizione del corpo rispetto al piattello e con ω la velocità di rotazione dell'asta (vedi figura 1), le equazioni che descrivono il comportamento dinamico del sistema sono:

$$\dot{\omega}\left(m_1 L^2 + m_2 (L-d)^2\right) + b\omega - 2m_2(L-d)\dot{d}\omega = \tau$$
$$m_2\ddot{d} + m_2(L-d)\omega^2 + k(d-d_0) = F$$

A.1 Si determinino gli equilibri del sistema a velocità di rotazione $\omega = \bar{\omega}$ costante, con disturbo assente.

A.2 Supponendo di disporre della misura della posizione d del corpo di massa m_2 rispetto al piattello, e di poter agire sulla coppia τ, si determini una rappresentazione in forma di stato del sistema linearizzato intorno all'equilibrio calcolato al punto precedente.

Si considerino i seguenti valori numerici: $b = 50$ N m s; $k = 5$ N/m; $m_1 = 0.5$ Kg; $m_2 = 0.05$ Kg; $L = 1$ m; $d_0 = 0.25$ m; $\bar{\omega} = 1$ rad/s.

A.3 Si determinino le funzioni di trasferimento tra l'ingresso $u = \tau$ e l'uscita $y = d$, e tra il disturbo $u_d = F$ e l'uscita $y = d$. Si discuta inoltre la stabilità dell'equilibrio del sistema linearizzato e se ne dia un'interpretazione fisica.

A.4 Si determini una legge di controllo per τ che agisca in modo da garantire che:

A.4.1 partendo dalle condizioni di equilibrio, si porti la velocità di rotazione dell'asta precisamente ad un valore di $\omega = 4.8$ rad/s senza far giungere al contatto il corpo di massa m_2 ed il piattello; si vuole inoltre che la massa entri e non esca più dalla zona $d = [0.014 \div 0.036]$ m dopo al più 100 ms;

A.4.2 un disturbo di forza del tipo $F = 1 + 0.5\sin(t) + 0.3\sin(5\,t)$ N non comporti a regime sull'uscita un errore superiore a 2.2 cm.

A.4.3 un disturbo di forza del tipo $F = 0.5\,t$ non comporti a regime sull'uscita un errore superiore a 1.8 cm.

Si riportino quindi:

- il diagramma di Bode con le relative specifiche da rispettare;
- il controllore progettato;
- il diagramma a blocchi del sistema con il controllore progettato;
- la risposta al gradino ottenuta con le caratteristiche significative.

A.5 Si scriva una funzione MATLAB che simuli la dinamica discretizzata del controllore progettato, discutendo sulla scelta del tempo di campionamento. Si effettui poi una simulazione del sistema linearizzato chiuso in retroazione con il controllore discretizzato.

B Si consideri un sistema la cui funzione di trasferimento è la seguente:

$$\frac{s-1}{s\,(s-5)}\,. \tag{1}$$

Si realizzi un controllore che stabilizzi tale sistema, spiegando dettagliatamente le scelte di progetto effettuate, e si traccino i luoghi delle radici del sistema con e senza il controllore.